



## 老教授谈教书育人

# 数学教育与育人

姚慕生

爱因斯坦说，“兴趣是最好的导师”。没有兴趣，何来热爱？没有兴趣也难有创新。历史上不少大科学家在他们的学生时代，由于对某个老师的讲课发生了浓厚兴趣，从而走上了科学研究道路并做出了伟大贡献。努力讲好每一堂课，是每个教师的神圣职责。

我曾担任数学学院高等代数、抽象代数等课程的教学工作，主持编写了《高等代数学》和《抽象代数学》教材。

数学学院除了要培养数学家外，还要向社会各个领域输送人才。复旦数学学院最近几年每年都要招收三百多名本科生和研究生，全国各大学每年招收的数学系学生更多了。这些学生毕业后大多数都不会从事数学研究或教学工作。我在讲授一些抽象的数学理论时也常常有同学提出疑问：“老师你讲的这些东西有什么用？”这就产生了问题，数学教育的目的是什么？数学学院存在的价值是什么？不仅数学学院有这个问题，其他理科恐怕也有类似的疑问。

我觉得不能狭隘地从眼前的实用的观点看问题。数学教育（其他学科同样）除了向学生传授专业知识外，一个重要任务是要培养学生热爱科学的精神，学会科学的思维方式。只有这样，学生才会具有孜孜不倦的探索精神，才有可能成为创新人才。正如卢梭所言：“问题不在于教他各种学问，而在于培养他对于学问的兴趣，而且在这种兴趣充分增长起来的时候，教他以研究学问的方法。”

数学思维方式的特点是逻辑性强。从欧几里得的几何原本到希尔伯特的公理化体系都贯穿了这样一个原则，即从最基本的事实出发（公理），运用形式逻辑的推理来展开数学的内容，探索新的数学真理。凡是不经逻辑检验的命题，数学界是不会承认它的真理性的。实际上，这种思维方式本质上也是现代科学的核心思维方式。科学的发展已经使得真理的“显性”越来越模糊，越来越不那么显而易见。只有依靠逻辑才能把握它。科学只承认事实和逻辑，这也是每个科学家应有的基本素质。

应该看到，由于中国长达数千年的皇权专制统治，传统文化中科学精神尤其缺乏。这是导致近代中国在科学上落后于西方的重要原因。一个具有现代科学思想和知识的人对迷信，对无知的妄言有着强大的免疫力；一个热爱科学的人会以追求真理为己任；一个理性的人不会轻易盲从，不会人云亦云，会有自己独立的思想。

我们虽然不需要也不可能

培养成千上万的数学家，但是具有扎实的数学知识，热爱科学并具有逻辑头脑的人在其他科学领域里也会做出成绩，甚至取得伟大的成就。这方面的例子数不胜数。现代科学的几乎所有领域中取得的伟大成就，离开了数学工作者的贡献是不可想象的。

要让学生热爱数学，教育者的任务就是要向学生展现数学之美。在普通人看来，数学是一堆枯燥无味的数字与符号的集合，稀奇古怪的术语、符号与公式令人头疼。数学的美是内在的，数学的美只有在学习和研究的过程中领略到。有一本合适的教材，上好每一堂课，是教好数学最重要的环节，也是教师的责任。

编写教材并不是一件轻松的事情。虽然可以参考的相关教材林林总总，东抄西引剪刀加浆糊也可以编出一本教材来。但是这样的教材往往缺乏“灵魂”，缺少风格。在高等代数教材的编写过程中，我们比较了国内外几十种教材，对教材的结构、各章节的内容安排、习题的配备等做了深入的研究，最终拟定了大纲。经过一年多时间的编写，形成了讲义初稿，1993年开始试用。经过近十年的教学实践和不断修改，在2003年作为教育部规划教材出版了第一版。其后多次修改充实，现在这本教材已经出了第三版。实际上，这本教材的酝酿时间更早。大约在上世纪的八十年代，教务处承担了教育部的“外国教材研究”项目，数学系我是参加者。在教育部于南京召开的外国教材研究会议上，我以“国外代数教材的现状及对我国同类课程教材建设的启示”为题发言，其中的观点得到了教育部教材司负责同志的肯定。校教务处以及数学系领导也建议我编写一本教材。我从那时就开始收集资料，酝酿写作纲要。

编写高等代数教材一开始碰到的问题是采用什么样的结构来展开课程的内容。究竟以“矩阵为纲”还是以“线性空间为纲”？我们选择了后者。也就是把高等代数的内容放在线性空间的框架下展开。这样做的好处是可以把代数和几何有机地结合起来。我们经常采用这样的方法：“几何”地提出问题，用代数的方法来解决。这样做，问题直观明确，学

生容易理解，也有兴趣，不会在抽象的概念中迷失方向。比如，矩阵的秩可以看成是线性映射像空间的维数；相似标准型问题可以看成是寻找线性空间的一组基使得给定的线性变换具有最简单的矩阵形式；正交相似标准型可以看成是在欧氏空间中线性变换在某组标准正交基下的最简形式，等等。

在内容的叙述上，我们以问题为导向，遵循认识的一般规律，从简单到复杂，从特殊到一般。力求避免纯粹的定义、定理、证明的枯燥表达方式。比如行列式一章的内容，传统上都是用逆序数直接来定义行列式的值。这种方法常常使学生感到困惑，不知道这个定义是怎么想出来的。我们以解线性方程组为目标，从二元、三元方程组开始，使用数学归纳法逐步引入行列式的定义，让学生知道行列式概念的来源。这样做，在概念的引进上要比传统的做法多花点时间，但是我觉得还是值得的。数学常常给人以神秘高冷的感觉。如果我们能交代清楚抽象的概念、定理的来龙去脉以及证明的思路，学生不仅易懂，也会从中体会到数学之美，提高学习的兴趣。

课堂教学是数学教育的另一个重要环节。课堂教学要吸引同学，不能光在语言生动，幽默风趣上下功夫。更重要的是要从内容上、逻辑上充分展现数学的美。要做到这一点，我主张首先要以问题为导向。在每一章节的开始，要向学生交代清楚，我们要做什么？然后分析问题，提出解决问题的思路，即让学生知道怎么做。这样就会牢牢吸引同学们的注意力。学生们会从你的讲课中受到启发。久而久之，科学的思维方式就会在他们的大脑中扎下根来。

提高学生学习兴趣的另外一个环节是让学生看到抽象的数学理论不仅在理论上是美的，而且有重要的应用价值。代数学的理论不仅在计算机科学、物理学、工程上有重要的应用，在现代通讯理论，互联网技术，大数据，人工智能等诸多方面都有着极其重要的应用。把这些内容介绍给学生，自然会引起他们的极大兴趣。当然这些内容不一定要在课堂上讲授，可以指导学生在课外时间进行学习。

（作者为数学系退休教授）



校史馆本学期共接待六千余新生，校史协会志愿讲解队提供了共计191场志愿讲解服务，为新生上好关于复旦校史的第一课。

9月6日起，新生入学教育活动陆续开始，参观校史馆、了解母校校史是每名新生的必修课。从学习校史开始，新生们迈出了他们成长为“复旦人”的第一步。在复旦大学校史协会成立的八年里，来自各院系的志愿讲解员们向新生阐释校史故事，传递复旦精神。

他们沿着复旦发展的时间脉络，从百年前的创校之初到新世纪的当下，将光辉校史里的如诗岁月娓娓道来。校史馆里的一张张照片、一件件实物共同见证了复旦116年的发展历程，成为新生们可以具体感知的生动故事。

今年，由于军训时间与新生入学教育时间的重合，讲解员们

面临着极大的挑战。疫情防控要求同样严格，高强度的讲解频率给讲解员们带来了不小的压力。但是在高压之下，他们始终兴致高昂，为不同专业背景的新生提供张弛有度、“因材施教”的讲解服务。这样的讲解让新生们逐渐了解到校史的魅力，并期待着自己讲述复旦故事。截止9月12日新生周结束，已有27名同学报名参加校史志愿讲解队，其中70%都是本科生。

正如他们所说：“我们不仅是向新生介绍复旦，更是让新生来感受复旦。”校史的向心力和凝聚力，是复旦人诠释“团结、服务、牺牲”的复旦精神的力量之源。

文/谭奕茂

## 「校史第一课」本学期完成百场讲解

## 老年应怀更深层次的意义诉求

冯嘉元

人的一生是由一系列的抉择联结而成的。当一个人步入人生最后阶段，尽管呈现出众多以往所没有的新特点，但这时生活依然是由大大小小的选择联结起来的。好的生活源于好的选择。

每一个老年人的生活都不一样。我同周边老同志一起探讨过，大家觉得，从人们各自选择的生活状态来看，确有被意义感的缺失所困扰的现象。“求木之长者，必固其根本”，对生活内在意义的认知决定着老年人所进行的选择。

我在自己由笔端向笔背走去之际，感悟到“老了，应怀更深层次的意义诉求”。何以如此说？其一，我深知自己作选择的特殊性：时间短了空间小了，给纠错留的时间更少了。如果不警惕“意义的贫困”，将导致最可怕的虚掷光阴。其二，我观察到当今社会的复杂性，老年人有时会面临一种令人下坠的力量，总有一些人反感于“意义”，乃至把“意义”解构得无完肤。老年人如果缺乏警觉就容易被忽悠、被带偏，把人变得飘若浮萍。

作家路遥曾说，“生活总是包含着更广阔的意义”。我在探询中体悟到，对意义的感受，并不是抽象的，意义不是孤立的存在，它内化于心灵之中，融化于生活细节。在养老生活中融进意义诉求，也就是内在地嵌入了价值坐标，给心灵注氧。在这当

中，我经受了唤醒和激活，也触发了一些困局的解答。

具体些说，垂暮之年，都会想到生死命题。我一度曾因担心自己会在某个时刻身体状况猛地断崖式下降，会突然遭遇没有明天的一天，而出现焦虑状态。促使我逐渐想通的是“向死而生”，正因为人不能免死，所以才有生的意义。而要使生活有意义，那可不能把养老生活缩减为道哉遥哉地活在当下。因为老年，也有充实与空虚、志向与苟且等等的区别。正是意义感助我发现了问题，在问题的倒逼下，唤醒我向自身的“惰性+任性”开刀，激活我去做一名思考着的行动者。

有人认为，都这么老了，还能有什么选择？无非是“一连串的盲选”。但这显然与老年人的现实生活相悖。我的实践也可佐证，步入高龄，我尝试着蹚出了一条既化繁为简而又不单调的路径，在“进一寸有进一寸的喜悦”中感受着生活的意义。老年人有选择空间，能主动选择，岂会是盲选！

老者自觉怀有更深层次的意义诉求，就是在晚年恒守初心的题中应有之义。也是要在不断接受滋养中持续深化的。正如马克思说过的，“人永远处在不断完善之中”。

（作者为原上海医科大学党校副校长）